

Über kosmische Kernhäufigkeiten

I. Mitteilung: Einige Häufigkeitsregeln und ihre Anwendung bei der Abschätzung der Häufigkeitswerte für die mittelschweren und schweren Elemente

Von HANS E. SUESS

Aus dem Institut für physikalische Chemie der Universität Hamburg
(Z. Naturforsch. 2a, 311—321 [1947]; eingegangen am 11. Februar 1947)

Stefan Meyer zum 75. Geburtstage gewidmet

Mit Hilfe neuer, kernphysikalisch plausibler Häufigkeitsregeln werden die von V. M. Goldschmidt angegebenen Daten für die kosmischen Häufigkeiten der mittelschweren und schweren Elemente so ausgeglichen, daß die neuen Häufigkeitswerte im Verein mit den genau bekannten Daten der isotopischen Zusammensetzung der Elemente ein geschlossenes Gesamtbild ergeben.

1. Die Universalität der Häufigkeit der Elemente

Ein bekannter, nach dem gegenwärtigen Stand unseres Wissens fast selbstverständlicher Satz lautet:

Sämtliche stabilen Atomkernarten — und dazu noch einige wenige fast stabile mit ihren Folgeprodukten — kommen in der Natur vor.

Die Häufigkeit jedoch, mit der wir die stabilen Atomarten in der Natur antreffen, ist außerordentlich verschieden; manche treten in höher Konzentration, andere wieder in um viele Zehnerpotenzen geringerer auf. Dies ist natürlich zum Teil bedingt durch verschiedenes chemisches Verhalten, aber die Häufigkeitsunterschiede der Elemente werden in den verschiedenen untersuchten Proben um so ähnlicher, je weniger chemische und physikalische Entmischungsvorgänge in ihrer Bildungsgeschichte eine Rolle gespielt haben können. Keiner Veränderung durch solche Entmischungsvorgänge kann die isotopische Zusammensetzung der einzelnen Elemente (ausgenommen die der leichtesten) unterworfen sein: sie ist in allen bisher untersuchten irdischen und meteoritischen Proben stets praktisch dieselbe gewesen; wenn größere Abweichungen festgestellt wurden, so waren diese durch rezente radioaktive Prozesse verursacht. Diese Befunde, im Verein mit dem aus astronomischen Beobachtungen sich ergebenden Bilde, führen uns zu der Annahme, daß die gesamte uns bekannte Materie, zumindest unseres Milchstraßensystems, vielleicht auch des gesamten Universums, in ihrer gegenwärtigen chemischen

Zusammensetzung durch gleichartige Prozesse oder auch durch ein und denselben kosmischen Prozeß gebildet worden ist. Hierbei sind die Elemente in einem ganz bestimmten Häufigkeitsverhältnis entstanden, das nachträglich nur bei den leichtesten Kernen durch Kernprozesse im Innern von Sternen, sonst aber, sofern wir über kleinere Raumgebiete mitteln wollen, durch Entmischungsvorgänge im Gravitationsfeld, durch Diffusionseffekte und durch chemische Vorgänge der verschiedensten Art Veränderungen erfahren haben kann.

Die Frage, die uns in dieser Arbeit beschäftigt, ist nun:

Was kann aus den gesamten, gegenwärtig vorliegenden Häufigkeitsuntersuchungen über die ursprüngliche, universale Häufigkeitsverteilung der Atomkernarten ausgesagt werden?

Ihre Kenntnis soll es einerseits ermöglichen, Spekulationen über die physikalische Natur ihrer Entstehung auf eine gesichertere Grundlage zu stellen, andererseits es vielleicht auch gestatten, neue Gesichtspunkte für eine Theorie des Kernbaues zu erschließen. Auch eine Reihe anderer Probleme, z. B. die Frage nach dem Ursprung der Meteoriten und den sich darauf beziehenden astrochemischen Verteilungsgesetzen, werden durch die Kenntnis der Urhäufigkeiten der Elemente einer Lösung näher gebracht.

2. Das empirische Material

Unsere Untersuchung stützt sich auf zwei gänzlich verschiedenartige Reihen von empirischen



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

Daten: 1. Die durch chemische Analysen gewonnenen Häufigkeitswerte der chemischen Elemente, 2. die massenspektroskopisch bestimmten Daten der isotopischen Zusammensetzung dieser Ele-

mengestellt worden, bildet aber doch zumindest zum Teil das Ergebnis von gewichteten Mittelwertbildungen zwischen mitunter um eine Zehnerpotenz und mehr voneinander abweichenden Daten. Die isotopische Zusammensetzung der Elemente hingegen kennen wir aus direkten, im Prinzip mit beliebiger Genauigkeit durchführbaren massenspektrographischen Messungen. Sie ist heute für alle Elemente mit guter Genauigkeit bekannt². In Abb.1 sind die aus den Häufigkeitsdaten der Elemente³ und denen ihrer Isotope berechneten Werte für jede einzelne Kernart eingetragen. Die Abstände von übereinanderliegen-

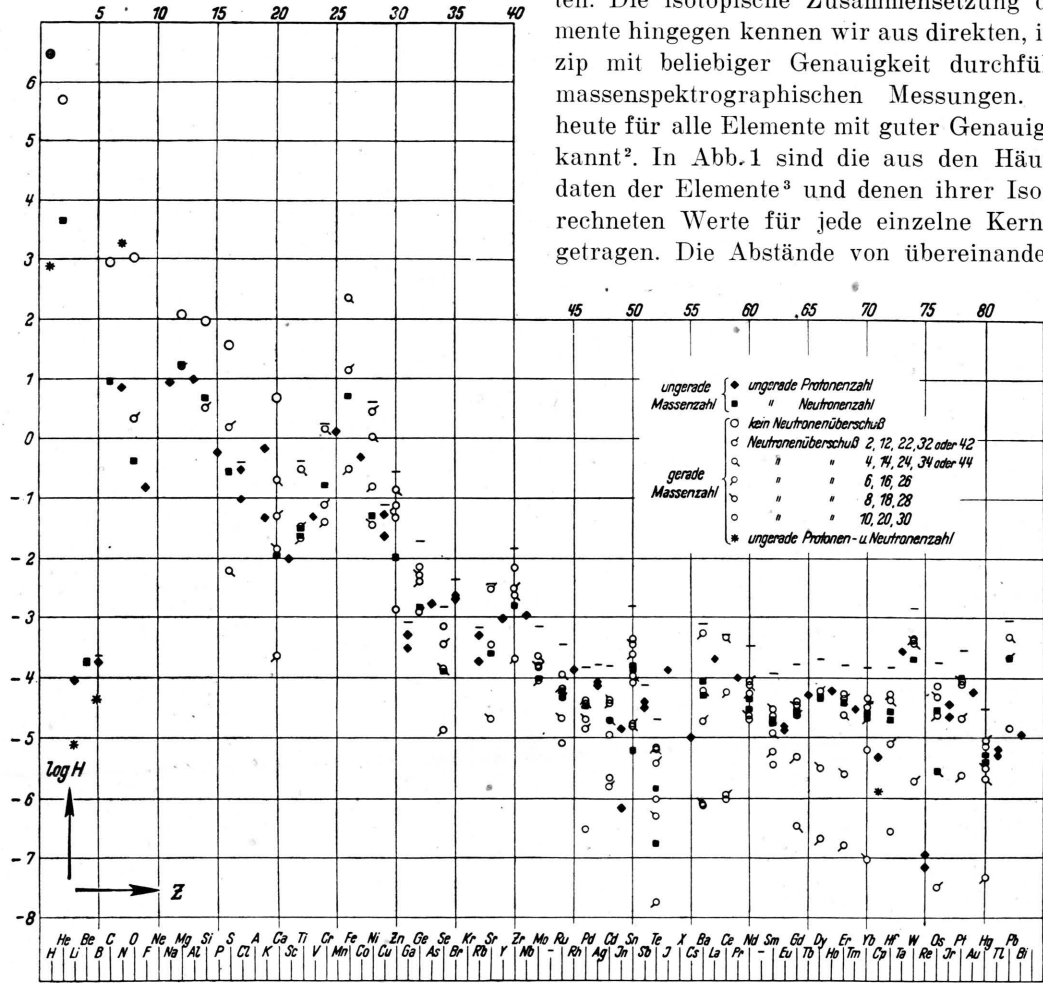


Abb. 1. Kosmische Häufigkeit der Kerne. Leichte Kerne bis Zn nach Unsöld (ausgenommen Li, Be, B, F, P und Cl). Alle anderen Kerne nach Goldschmidt. Es ist der dekadische Logarithmus der Häufigkeit H gegen die Kernladungszahl Z aufgetragen. Normierung: Es ist die Gesamthäufigkeit von Si gleich 100 gesetzt.

mente. Über das, was wir heute über die kosmische Häufigkeit der Elemente wissen, gibt vor allem die Goldschmidtsche Häufigkeitstabelle¹ Auskunft; sie ist von Goldschmidt unter sorgfältigster Berücksichtigung und kritischer Bewertung aller bekannten chemischen Analysen von irdischem und meteoritischem Material zusam-

den, zu je einem Element gehörenden Punkten ist als feststehend zu betrachten; dagegen soll versucht werden, entsprechend der Ungenauigkeit der Häufigkeitswerte der einzelnen Elemente,

¹ V. M. Goldschmidt, *Geochem. Verteilungsgesetze IX*, Videnskapsakademien Oslo [1938].
² Siehe z. B.: S. Flügge u. J. Mattauch, *Isotopenbericht 1942*, *Physik. Z.* **44**, 181 [1943].

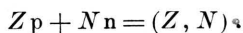
³ Hrn. Prof. A. Unsöld danke ich für die Mitteilung einer Reihe neuer Häufigkeitswerte, die von ihm aus den Spektren der Sonne und des Sterns τ -Scorpii berechnet wurden. Sie weichen nur unwesentlich von den Goldschmidtschen Angaben ab, obwohl im Gebiet der leichten, chemisch besonders aktiven Elemente der Goldschmidtsche Weg zur Häufigkeitsermittlung besonders heikel erscheint. Weiteres in Mitt. II.

durch senkrechtes Verschieben der jeweils zu einem Element gehörenden Punkte zu einem einigmaßen geschlossenen Gesamtbild für die Häufigkeitsverteilung sämtlicher Kernsorten zu gelangen.

3. Einige theoretische Gesichtspunkte und bekannte Isobaren- und Isotopenregeln

Die kosmischen Häufigkeiten der Elemente werden heute im allgemeinen aufgefaßt als das Ergebnis eines bei sehr hoher Temperatur eingefrorenen thermodynamischen Gleichgewichtes⁴. Wir wollen diese Vorstellung zunächst als Arbeitshypothese beibehalten. In einer nachfolgenden Arbeit von H. Jensen und H. Suess⁵ soll diskutiert werden, wie weitgehend diese Hypothese mit der vorliegenden Häufigkeitsverteilung in Einklang gebracht werden kann.

Da im Gleichgewichtszustand sämtliche Komponenten untereinander im Gleichgewicht sein müssen, kann man zur Berechnung der Variablen jede beliebige Reaktion zwischen den Komponenten heranziehen, z. B.⁶:



Die Gleichgewichtskonstante dieser Reaktion ist nach dem Massenwirkungsgesetz:

$$K = \frac{[p]^Z \cdot [n]^N}{[Z, N]}$$

Durch Einsetzen der Zustandssummen erhält man in bekannter Weise:

$$[Z, N] = \frac{\Gamma_{Z, N} \frac{(2\pi A M k T)^{3/2}}{h^3}}{\left[2 \frac{(2\pi M k T)^{3/2}}{h^3} \right]^A} e^{E/kT} [p]^Z [n]^N.$$

Unter Einführung einer Vergleichskonzentration (der auf die Volumeinheit (cm³) bezogenen Zustandssumme eines freien Nukleons)

$$[\Sigma] = 2 (2\pi M k T)^{3/2} / h^3$$

ergibt sich nach Logarithmieren:

$$\ln \frac{[Z, N]}{[\Sigma]} = \frac{E}{kT} + \ln \left(A^{3/2} \frac{\Gamma_{Z, N}}{2} \right) + \frac{A}{2} \ln \frac{[p][n]}{[\Sigma]^2} + \frac{N-Z}{2} \ln \frac{[n]}{[p]}.$$

⁴ Vergl. z. B.: L. Farkas u. P. Harteck, Naturwiss. **19**, 705 [1931]; K. Guggenheimer, J. Physique Radium (A) **5**, 475 [1934]; C. F. v. Weizsäcker, Physik. Z. **39**, 633 [1938]; S. Chandrasekhar u. L. R. Henrich, Astrophys. Journ. **95**, 288 [1942]; Lattes u. Wataghin, Physic. Rev. **69**, 237 [1946]; A. Unsöld, seit 1944 im Manuskript.

Wenn wir zunächst von dem statistischen Faktor $\Gamma_{Z, N}$ absehen, dann wird die kosmische Häufigkeit eines Kernes — ein Entstehungsgleichgewicht vorausgesetzt — bestimmt durch seine Massenzahl, seinen Neutronenüberschuß und seine Bindungsenergie. Aus der Art der Abhängigkeit der Häufigkeiten von diesen Größen sollten sich die Werte ermitteln lassen für die Gesamtdichte der Materie, für das Verhältnis $[n]:[p]$ und für die Temperatur, bei denen das Gleichgewicht eingefroren ist. Für die mitunter großen Häufigkeitsunterschiede benachbarter Kerne wären im wesentlichen Unterschiede in den Bindungsenergien verantwortlich, die jedoch leider nur für die leichten Kerne mit hinreichender Genauigkeit bekannt sind, während man bei den schwereren Kernen nur den ungefähren Gang der Bindungsenergien mit den Massenzahlen kennt. Die Betrachtungen der verschiedenen Autoren beschränken sich daher meist nur auf leichte Kerne. Von den Bindungsenergien der mittelschweren und schweren Kerne können wir uns jedoch wenigstens ein ungefähres Bild machen, und die Frage, der wir uns als nächster zuwenden, ist nun die, ob es möglich ist, einen Zusammenhang zu finden zwischen diesem Bild und dem, das uns die Kernhäufigkeiten bieten.

Man denkt sich zweckmäßig die Kerne in einem $N-Z$ -Diagramm eingetragen. Die Lage der stabilen Kerne ist dann bekanntlich, wenn man die Bindungsenergie der Kerne als dritte Koordinate hinzunimmt, bestimmt durch den Verlauf eines Energietales, das sich vom Proton aus erst unter 45°, dann etwas steiler quer durch das Diagramm hindurchzieht⁷. Das Tal hat man dreifach zu denken, wobei sich das unterste Stockwerk auf Kerne mit gerader Protonen- und gerader Neutronenzahl ($g-g$ -Kerne) bezieht, das mittlere auf $g-u$ - und $u-g$ -Kerne und das höchste auf die doppelt ungeraden $u-u$ -Kerne. Während die stabilen Kerne mit ungerader Massenzahl (die $g-u$ - und $u-g$ -Kerne) für jede Massenzahl in der Regel nur durch ein, und zwar das energetisch günstigste, Isobar vertreten sind, da die anderen Isobare stets durch β -Strahlung in das dem Boden der Talsohle nächstliegende Isobar übergehen können, gibt es bei den $g-g$ -Kernen meist zwei, öfters auch drei stabile Isobare, zwischen denen dann (auf dem obersten Stockwerk) je ein instabiler Kern liegt, der, weil energetisch ungünstiger als seine beiden geradzahligen Nachbarisobare, einen Übergang verhindert.

⁵ Vorl. Mittlg.: Naturwiss. **32**, 374 [1944].

⁶ Bezeichnungsweise: p Proton, n Neutron, Z Protonenzahl, N Neutronenzahl. Es bezeichnet: (Z, N) einen Kern mit der Protonenzahl Z und der Neutronenzahl N, und $[Z, N]$ die Konzentration dieses Kernes; ebenso $[p]$ und $[n]$ die Protonen bzw. Neutronenkonzentration in Teilchen pro ccm. $A = N + Z$. Mit E sei die Bindungsenergie des betrachteten Kernes, bezogen auf Protonen und Neutronen, d. h. hier die Reaktionswärme, bezeichnet. Im Faktor $\Gamma_{Z, N}$ sind das statistische Gewicht des Grundzustandes und die Beiträge der angeregten Zustände des Kernes (Z, N) zusammengefaßt.

⁷ Näheres z. B. bei W. Heisenberg, Physik der Atomkerne, Braunschweig 1943.

Die Kerne mit gerader Massenzahl liegen demnach an den Hängen des Energietales. *Diesem Energietal muß, ein Gleichgewicht vorausgesetzt, da der Logarithmus der Häufigkeit proportional sein soll der Bindungsenergie, ein Häufigkeitshöhenzug entsprechen.* Die Lage des Kammes dieses Höhenzuges wird abhängen von dem Verhältnis $[n]:[p]$ zur Zeit der Gleichgewichtseinstellung; und zwar müßte bei einem $[n]:[p] = 1$ der Höhenkamm gerade über der Talsohle liegen⁸, bei $[n]:[p] > 1$ müßte er in Richtung der Kerne mit größerem Neutronenüberschuß, bei $[n]:[p] < 1$ in

Bei den Kernen mit ungerader Massenzahl gibt es für jede Kernmasse nur einen Vertreter, ausgenommen die vier bekannten Isobarenpaare Cd/In¹¹³, In/Sn¹¹⁵, Sb/Te¹²³ und Re/Os¹⁸⁶, deren Stabilität dem Mätauchischen Gesetz widerspricht. Alle Elemente besitzen nur ein oder zwei Isotope ungerader Massenzahl, mit Ausnahme des Zinns, bei dem ein drittes existiert, das den vier genannten Isobarenpaaren angehört. Für die Kerne mit ungerader Massenzahl gilt folgende bekannte Häufigkeitsregel: *Besitzt ein Element zwei Isotope ungerader Massenzahl, dann sind diese ungefähr gleich häufig.* („Ungefähr“ kann hier einen Unterschied bis zu einem Faktor drei bedeuten.) Ausnahmen bilden die vier genannten Isobarenpaare.

Die beiden eben genannten Regeln beziehen sich auf die Häufigkeiten isotoper Kernarten relativ zueinander. Da wir annehmen, daß die kosmischen Kernhäufigkeiten kernphysikalisch be-

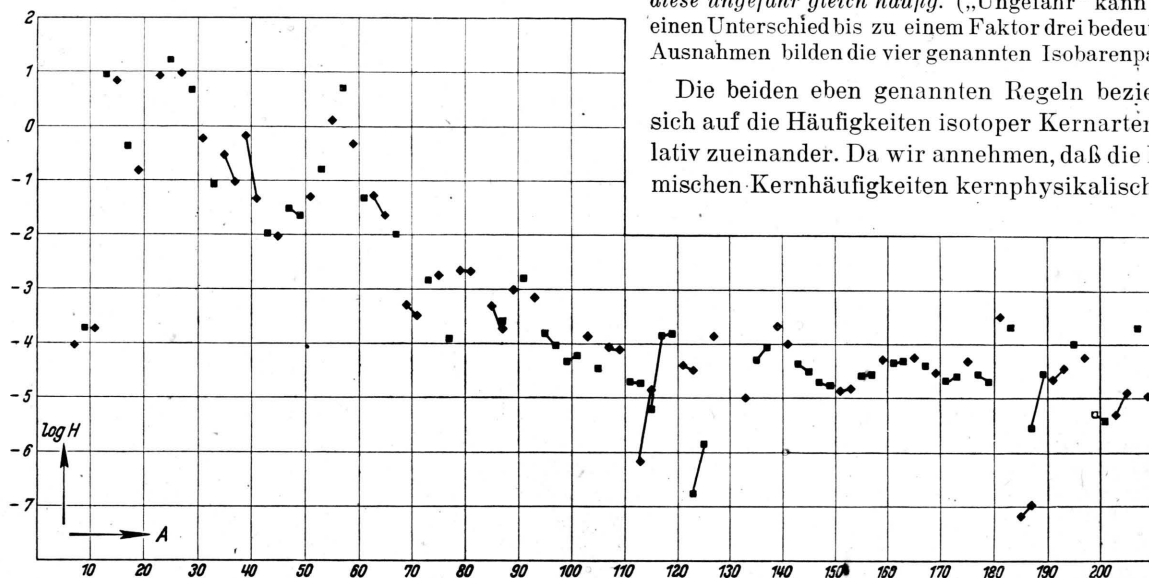


Abb. 2. Kosmische Häufigkeiten der Kerne mit ungerader Massenzahl. Werte wie in Abb. 1 für die leichten Kerne nach Unsöld, sonst nach Goldschmidt. Es ist $\log^{10} H$ gegen die Massenzahl A aufgetragen. Normierung wie in Abb. 1. Punkte für Kerne, die zum gleichen Element gehören, sind verbunden. ■ ungerade Neutronenzahl, ◆ ungerade Protonenzahl.

Richtung der Kerne mit geringem Neutronenüberschuß verschoben sein.

Wenn wir von dieser Vorstellung ausgehen, daß dem Energietal im $N-Z$ -Diagramm ein Häufigkeitsbergrücken entspricht, dann müssen wir erwarten, daß die Häufigkeiten der $g-g$ -Isotope auf einer Linie liegen, die einen schrägen Schnitt durch den Häufigkeitsbergrücken darstellt. Hiermit ist eine bekannte empirische Regel in Einklang, die besagt: *Die Häufigkeit der stabilen Isotope mit gerader Massenzahl eines Elements als Funktion ihrer Masse besitzt nur ein einziges Maximum.* In diese Regel ordnen sich nicht ein die jeweils leichtesten Isotope einer Anzahl von Elementen, das schwerste Isotop der Elemente Ca und Sn sowie die Isotope des Sm.

⁸ Hier die Talsohle für die Bindungsenergien, bezogen auf Protonen und Neutronen. Diese liegt wegen der Zerfallsenergie des Neutrons von 0,75 MeV gegenüber der in Abb. 7 und 8 eingezeichneten Stabilitätstalschle je nach der Talweite um ein diesen Energiebetrag entsprechendes geringes Stück in Richtung der Kerne mit höherem Neutronenüberschuß verschoben.

stimmt sind, erscheint das Herausgreifen der Kernsorten gleicher Kernladung als eine unbegründete Einschränkung. Wir müssen annehmen, daß diese beiden empirischen Häufigkeitsregeln Teilbeschreibungen sind einer viel allgemeiner gültigen, umfassenderen Gesetzmäßigkeit.

4. Die Häufigkeit der Kerne mit ungerader Massenzahl

Die Gültigkeit der Regel von der Gleichhäufigkeit der Isotopen mit ungerader Massenzahl und ihre Grenzen kann man aus Abb. 2 leicht erkennen. Man bemerkt ferner eine auffallende Absonderlichkeit: Im Gebiet der Massenzahlen 135 bis 180 scheinen sich die Punkte perlenschnurartig zu einem stetigen Linienzug aneinanderzureihen, wobei sich die Punkte, die zum gleichen Element gehören, gut und unauffällig einpassen. Es handelt

sich hierbei um die Isotope der Seltenen Erden, also gerade um die Elemente, deren relative Häufigkeiten durch chemische Vorgänge am wenigsten verfälscht sein werden. Der Gedanke liegt nahe, daß derselbe Sachverhalt durchgehend für alle Kerne mit ungerader Massenzahl gilt, aber bei chemisch stärker verschiedenen Elementen wegen der Ungenauigkeit der Häufigkeitswerte nicht zum Ausdruck kommt. Wie Abb. 3 zeigt,

Hängen des Energietales liegende instabile Kerne mit ihren angeregten Zuständen in größerer oder vergleichbarer Menge vorhanden waren und sich nach dem Einfrieren in den benachbarten stabilen Kern umgewandelt haben. Dann gleichen sich die individuell verschiedenen statistischen Faktoren F_{ZN} (die z. B. den Faktor $2j+1$ der Spinartung enthalten) für jede Massenzahl im Mittel aus. Mit diesen Voraussetzungen, deren Richtig-

keit auch auf anderem Wege gegeben erscheint, ist gerade der durch Regel 1 gekennzeichnete Sachverhalt zu erwarten. Die Regel ist nur noch durch den folgenden Zusatz zu ergänzen:

Existieren für eine Massenzahl zwei Isobare, dann gilt Regel 1 für die Summe ihrer Häufigkeiten (Regel 1a).

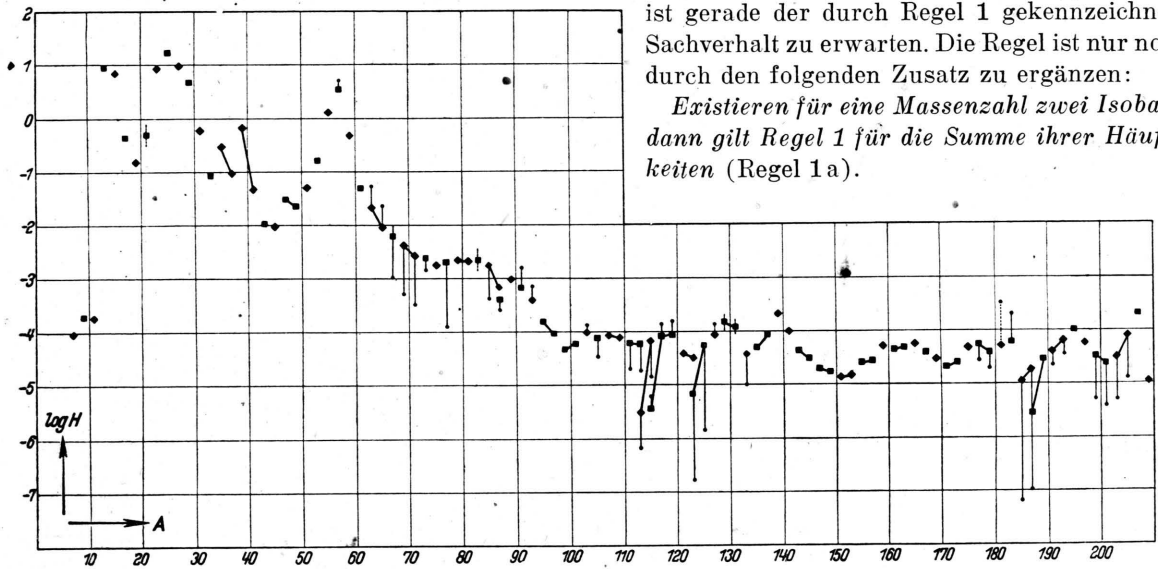


Abb. 3. Kosmische Häufigkeit der Kerne mit ungerader Massenzahl. Nach Tab. 1 (S. 317) korrigierte Werte. Im übrigen wie bei Abb. 2. Die dünnen senkrechten Linien geben die vorgenommenen Verschiebungen an. ■ ungerade Neutronenzahl, ◆ ungerade Protonenzahl.

passen in der Tat die Punkte für Isotopenpaare (deren Abstand festliegt) vorzüglich in einen geschlossenen Linienzug⁹. Wir erweitern die genannte Häufigkeitsregel folgendermaßen:

Die Häufigkeit der Kerne mit ungerader Massenzahl ändert sich „stetig“ mit der Masse (Regel 1).

Die Gültigkeit einer solchen Regel ist theoretisch leicht verständlich: Man hat anzunehmen, daß die Talsohle stetig verläuft, d. h. keine ausgesprochenen Stufen aufweist. Man hat ferner anzunehmen, daß bei der Entstehung der Elemente im Gleichgewicht angeregte Zustände und an den

Dieser Zusatz erklärt sofort eine scheinbare Ausnahme bei der Massenzahl 87 (Sr/Rb) (vergl. Abb. 3). Echte Ausnahmen von der Regel (Sprungstellen) scheinen vorzuliegen bei den Massenzahlen 120, 132 und 184 (vergl. S. 317).

Die Regel gestattet es natürlich noch nicht, die an den Goldschmidtschen Werten notwendigen Verschiebungen eindeutig festzulegen. Die genauere Festlegung der wahrscheinlichsten Werte sowie die Interpolation der Werte für Kr und X waren jedoch dadurch möglich, daß auch die Häufigkeitswerte der Kerne mit gerader Massenzahl, von denen jedes schwerere Element etwa drei bis sieben besitzt, ähnliche Regelmäßigkeiten aufweisen. Der Umstand, daß durch die Wahl eines bestimmten Häufigkeitswertes für ein Element gleichzeitig mehrere Regelmäßigkeiten für die Häufigkeiten seiner Isotope zutage treten, läßt dann die-

⁹ Ausgenommen die Werte der Kerne, die benachbarte Isobare besitzen: In¹¹³, Sn¹¹⁵, Te¹²³ und Os¹⁸⁶ sowie die Kerne der Massenzahl 87. Der Befund entspricht 1a. In allen diesen Fällen ist stets das Isobar mit dem geringeren Neutronenüberschuß das seltenere; ein Befund, der sich gleichfalls in eine umfassendere Gesetzmäßigkeit einordnet (Regel 3).

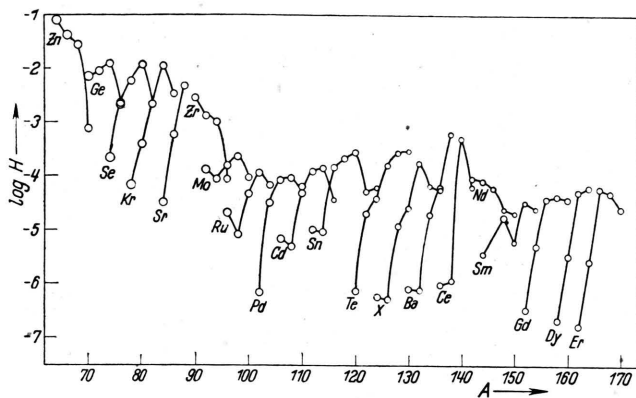


Abb. 4. Kosmische Häufigkeit von Kernen mit gerader Massenzahl. Nach Tab. 1 (S. 317) korrigierte Werte. Die zu den gleichen Elementen gehörenden Isotope sind verbunden. Im übrigen wie bei Abb. 2 und 3.

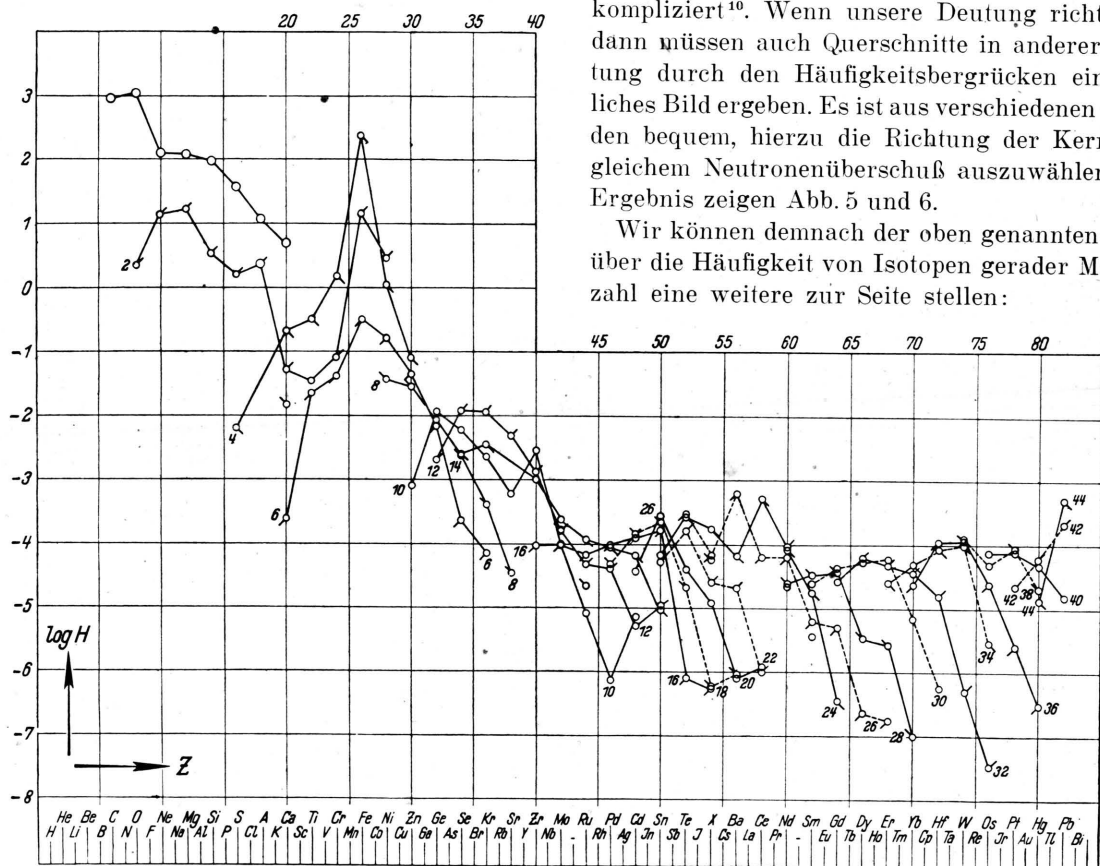


Abb. 5. Kosmische Häufigkeit der Kerne mit gerader Massenzahl. Es ist $\log^{10} H$ gegen Z aufgetragen. Werte wie in Abb. 1, jedoch nach Tab. 1 (S. 317) korrigiert. Wegen der Edelgaswerte siehe Text. Die Kerne mit gleichem Neutronenüberschuß sind verbunden.

5. Die Häufigkeit der Kerne mit gerader Massenzahl

Für die auf S. 314 angeführte bekannte Regel über die Häufigkeit der Isotope gerader Massenzahl eines Elementes haben wir bereits eine Deutung angegeben: Die Häufigkeitswerte der $g-g$ -Isotope liegen auf einer Linie, die einem schrägen Schnitt durch den Häufigkeitsberggrücken entspricht, und besitzen daher als Funktion der Kernmasse nur ein Maximum. In Abb. 4 sind (ebenso wie in Abb. 3 nach Tab. 1 korrigierte) Häufigkeitswerte für Kerne gerader Massenzahl aufgetragen und die zum gleichen Element gehörenden Isotope verbunden. Das Bild paßt gut zu unserer Vorstellung, erscheint jedoch durch mannigfaltige Störungen kompliziert¹⁰. Wenn unsere Deutung richtig ist, dann müssen auch Querschnitte in anderer Richtung durch den Häufigkeitsberggrücken ein ähnliches Bild ergeben. Es ist aus verschiedenen Gründen bequem, hierzu die Richtung der Kerne mit gleichem Neutronenüberschuß auszuwählen. Das Ergebnis zeigen Abb. 5 und 6.

Wir können demnach der oben genannten Regel über die Häufigkeit von Isotopen gerader Massenzahl eine weitere zur Seite stellen:

sen Häufigkeitswert innerhalb enger Grenzen willkürfrei und zwingend erscheinen.

¹⁰ Auffallend ist, daß die Häufigkeitskurven für die einzelnen Elemente nicht symmetrisch sind. Isotope

Die Häufigkeiten der Kerne mit gerader Massenzahl und gleichem Neutronen-Überschuß

mit höherem Neutronenüberschuß sind häufigkeitsmäßig begünstigt.

Rb	+0,55	Ru	0
Cs	+0,55	Rh	-0,15
Sr	+0,20	Pd	+0,35
Ba	0	Ag	0
Zr	-0,38	Os	0
Hf	(+0,3)	Ir	+0,25
Se	+1,20	Pt	0
Te	+1,60	Au	0
Mo	0	Zn	+0,77
W	(-0,5)	Cd	+0,50
Cu	-0,30	Hg	+0,80
Br	0	Ga	+0,90
J	-0,1	In	+0,68
As	0	Tl	+0,80
Sb	0	Ge	+0,24
Bi	0	Sn	-0,24
Nb	-0,25	Pb	?
Ta	-0,8	Rh	+2,1
		Seltene Erden	0

Tab. 1. Logarithmen der Ausgleichsfaktoren für die Goldschmidtschen Werte der Elementhäufigkeiten.

ändern sich „stetig“ mit der Masse (Regel 2 a).

Man kann das Gesagte auch in einem umfassenderen Satz zum Ausdruck bringen:

Die Häufigkeiten der Kerne mit geraden Massenzahlen liegen in einem (dreidimensionalen) N-Z-log H-Diagramm auf einer stetigen Fläche (Regel 2).

Ausnahmen von Regel 2 oder 2 a bilden gewisse Sprungstellen, die im Gebiet zwischen Sn und Ce so zahlreich auftreten, daß man dort nicht mehr von der Gültigkeit der Regel sprechen kann.

Auf Regelmäßigkeiten im Auftreten der merkwürdigen Sprungstellen wird in Mitteilung II näher eingegangen werden. Auf die folgenden Zusammenhänge sei jedoch schon hier verwiesen:

In der Reihe der Kerne mit dem Neutronenüberschuß 10 fällt das Zr^{90} weit heraus; es ist um rund eine Zehnerpotenz häufiger, als man bei einem glatten Verlauf der Häufigkeitslinie für diese Reihe erwarten würde. Dafür fehlt aber in der Reihe der Kerne mit dem Neutronenüberschuß 14 das Sr^{90} , und man weiß, daß dieser Kern durch zwei aufeinanderfolgende β^- -Zerfälle mit einer Halbwertszeit von ca. 5 Jahren in das isobare Zr^{90} übergeht. Die gefundene Häufigkeit des Zr^{90} entspricht nun gerade der Summe der Häufigkeiten für Zr^{90} und Sr^{90} , die man bei einem glatten Linienverlauf erwarten würde. Man sieht auch hier, ebenso wie bei den Kernen ungerader Massenzahl: *Die beobachtete Häufigkeit eines Kernes entspricht der Summe aus seiner ursprünglichen*

Häufigkeit und der aller mit ihm isobaren Kerne, die durch β^- -Zerfälle in ihn übergehen können.

Eine zweite Unregelmäßigkeit, die abnorm große Häufigkeit der leichtesten Mo- und Ru-Isotope, steht wohl in Zusammenhang mit einer augenfälligen Abnormität im Verlauf des Energie-tales. Die beiden benachbarten u—u-Isobare die-

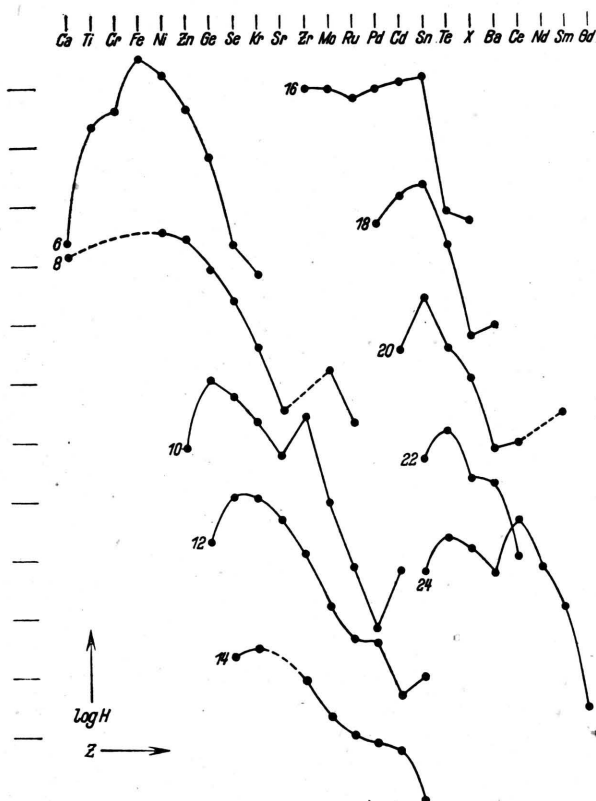


Abb. 6. Häufigkeitslinien für g-g-Kerne mit gleichem Neutronenüberschuß. Die Skala der Ordinate $\log^{10} H$ ist von Linie zu Linie um 2 Zehnerpotenzen nach unten versetzt. Bei $N-Z=16$ wird oben neu begonnen.

ser Kerne Nb^{92} und Tc^{96} zeigen nämlich, entgegen dem, was man bei ihrer Lage zur Talsohle erwarten sollte, β^- -Aktivität bzw. dualen Zerfall und wandeln sich in die genannten Isobare Mo^{92} und Ru^{96} um.

Auffallend ist ferner, daß der Wert für die Häufigkeit des jeweils schwersten Kernes in einer Reihe von Kernen mit gleichem Neutronenüberschuß sich in der Mehrzahl der Fälle nicht in einen glatten Linienzug einfügt:

In jeder Reihe von Kernen mit gleichem Neutronenüberschuß ist der jeweils schwerste Kern

häufiger, als man nach Regel 2a erwarten würde (Regel 2b).

Die Regel gilt für die mittelschweren Kerne bis etwa zum Ce. Eine Ausnahme bildet lediglich der letzte Kern der Reihe mit dem Neutronenüberschuß 14 (Abb. 6).

Es ist zu beachten, daß Regel 2b nichts mit einer Beziehung zwischen Kernhäufigkeit und Bindungsenergie zu tun haben kann. Ebenso wie zur Deutung der abnormen Häufigkeiten des Eisens und seiner Nachbarelemente, deren Bindungsenergien hinreichend genau bekannt sind, um zeigen zu können, daß in ihnen nicht die Ursache für die großen Häufigkeiten liegen kann, versagt hier das Bild von dem eingefrorenen Kerngleichgewicht auch in qualitativer Hinsicht.

6. Die neuen, ausgeglichenen Häufigkeitswerte

Die im Vorstehenden angegebenen Häufigkeitsregeln gestatten, wie gesagt, in den meisten Fällen eine sehr genaue *Interpolation* des Häufigkeitswerts eines Elements zwischen feststehenden Häufigkeitswerten seiner Nachbarelemente, für die nicht nur ein Linienzug, sondern, entsprechend der Anzahl von Isotopen, die diese Elemente besitzen, eine ganze Reihe von Linienzügen zur Verfügung stehen. In unserem Falle wurden vorerst lediglich die Goldschmidtschen Häufigkeitswerte der Elemente der Seltenen Erden (mit Y) und die der Eisengruppe relativ zu Si als feststehend betrachtet, so daß unsere Ermittlung wahrscheinlichster Werte den Charakter einer *Ausgleichung* über einen größeren Bereich von Elementen trägt. Mit der Forderung, daß die Korrekturbeträge in Summe möglichst gering sein sollen, ergab sich dabei 1., daß für eine ganze Reihe von weiteren Elementen der Goldschmidtsche Wert unverändert beibehalten werden kann, und 2., daß für *chemisch ähnliche Elemente ähnliche Ausgleichsfaktoren* angenommen werden müssen.

Zur Häufigkeitsermittlung sind bei den Elementen mit gerader Kernladungszahl außer der „Häufigkeitslinie“ für die Isotope mit ungerader Massenzahl auch die Linienzüge für die *g-g*-Kerne herangezogen worden. Das sind in dem Gebiet zwischen etwa dem Ni und dem Sn drei bis vier, so daß hier die Häufigkeit der Elemente mit einer Genauigkeit von etwa 20 % zwangsläufig festgelegt werden kann. Zwischen Sn und Ce ist die

Einordnung weniger zwingend; Abweichungen um mehr als einen Faktor 2 würden jedoch auch hier eine unwahrscheinliche Veränderung des Gesamtbildes ergeben. Besonders unsicher sind die Werte für Hf und W¹¹.

Die neuen ausgeglichenen Häufigkeitswerte erheben noch keinen Anspruch auf Endgültigkeit. Es ist vielmehr anzunehmen, daß eine noch eingehendere Berücksichtigung der Genauigkeiten und Fehlergrenzen der Goldschmidtschen Daten, vielleicht auch das Heranziehen weiterer theoretischer Gesichtspunkte, zu Verfeinerungen und zu noch wesentlich genaueren Werten führen wird. Das Gesamtbild der Häufigkeitsverteilung, wie es die Abb. 3 bis 8 vermitteln, wird jedoch hierbei kaum Veränderungen erfahren.

7. Kernhäufigkeit und Neutronenüberschuß

Wir hatten uns bisher mit der Beziehung zwischen Bindungsenergie und Kernhäufigkeit beschäftigt und gesehen, daß eine solche Beziehung qualitativ besteht: Dem Energietal im *N-Z*-Diagramm entspricht ein Häufigkeitsbergrücken. Wir wenden uns nun der von der Theorie geforderten Beziehung zwischen Kernhäufigkeit und Neutronenüberschuß zu. Wir haben bereits Anzeichen kennengelernt, die darauf hindeuten, daß Kerne mit größerem Neutronenüberschuß häufigkeitsmäßig bevorzugt sind^{9,10}. Eine diesbezügliche Überprüfung der Häufigkeitswerte führt zu der folgenden Regel:

Für jede Massenzahl ist das Isobar mit dem geringsten Neutronenüberschuß das seltenste (Regel 3).

Die Regel gilt für die mittelschweren und schweren Kerne gerade und ungerader Massenzahl und besitzt oberhalb der Massenzahl 70 nur an vier Stellen (von 54) Ausnahmen, und zwar bei den Massenzahlen 76, 110, 116 und 142.

Wir haben eine derartige häufigkeitsmäßige Bevorzugung der neutronenreicheren Kerne erwartet für den Fall, daß beim Einfrieren des Gleichgewichtes die Konzentration der Neutronen die der Protonen überwog (s. S. 314). Der Kamm des Häufigkeitsbergrückens liegt dann nicht über der Talsohle, sondern, wie in Abb. 7 unmittelbar zu er-

¹¹ Eine genauere Diskussion der einzelnen Elementhäufigkeiten und eine Tabelle der einzelnen Werte ist in Mitteilung II vorgesehen.

kennen ist, in Richtung der Kerne mit höherem Neutronenüberschuß verschoben¹².

Auf zahlreiche interessante Einzelheiten, die aus Abb. 7 abgelesen werden können, wird an anderer Stelle eingegangen werden.

Besonders überraschend und überzeugend ist die fast gesetzmäßige Abhängigkeit der Werte für die Häufigkeitssummen der Kerne gleicher Massenzahl von dem bei dieser Massenzahl energetisch

Vorstellung in Einklang zu bringen: Wenn ein Isobarenschnitt durch das Energietal eine hinreichend enge Parabel ergibt, dann hängt die Summe der Häufigkeiten aller (stabilen und instabilen) Kerne ab von der Lage der Plätze für diese Kerne auf der Parabel (vergl. Abb. 4). Mit zunehmender Breite des Energietales und je schräger die Isobarenlinie das Energietal schneidet, desto geringer wird diese Abhängigkeit. Bei den Kernen mit un-

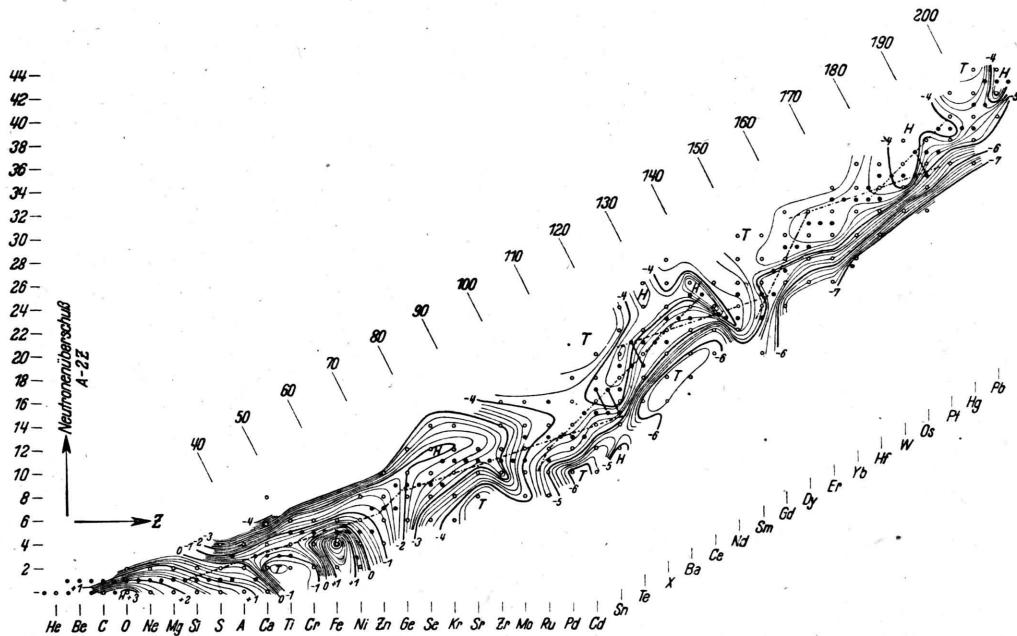


Abb. 7. Linien gleicher Häufigkeit für die Kerne gerader Massenzahl. In Abweichung von dem Gamowschen Bild von der sich in Windungen durch das Diagramm hindurchziehenden Talsohle ist hier die ungefähre Lage der Talsohle, die durch die $u-g$ - und $g-u$ -Kerne gegeben ist, durch sich kreuzende Geradenstücke gekennzeichnet. Die Nachbarisobare sind verbunden. Werte wie in Abb. 1 nach Tab. 1 korrigiert. Normierung: Logarithmus der Gesamthäufigkeit von Si = 2. Die Höhenlinien für die vollen Zehnerpotenzen sind stärker ausgezogen.

günstigsten Neutronenüberschuß, wie sie in Abb. 8 zum Ausdruck kommt.

Im obersten Teil (Teil a) der Abb. 8 sind die Logarithmen der Häufigkeitssummen aller Isobaren als Funktion der Massenzahlen eingetragen. Man sieht, daß Regel 1a auch für die Kerne mit gerader Massenzahl gilt, nur mit der Einschränkung, daß hier bis etwa zur Massenzahl 90 (die Eisengruppe ausgenommen) ein Alternieren der Häufigkeitskurve zwischen zwei Grenzwerten stattfindet. Dieses Alternieren ist leicht mit unserer

¹² Die Verschiebung des Kammes ist größer als die der Talsohle für die Bindungsenergien gegenüber der für die Stabilität⁸.

gerader Massenzahl kommt diese Abhängigkeit kaum zum Ausdruck, da hier die Plätze doppelt so dicht liegen.

Teil b soll zum Vergleich den ungefähren Verlauf der Bindungsenergien mit der Massenzahl kennzeichnen. Es sind hier aus den Massendefekten berechnete Bindungsenergien gegen Protonen und Neutronen für die wenigen Kerne, bei denen sie bekannt sind, eingetragen¹³.

In Teil c der Abb. 8 ist die Lage der stabilen Kerne in einem Massenzahl-Neutronenüberschuß-Diagramm angegeben. Der Verlauf der Talsohle,

¹³ Aus J. Mattauch u. S. Flüge, Kernphysikalische Tabellen, Berlin [1942].

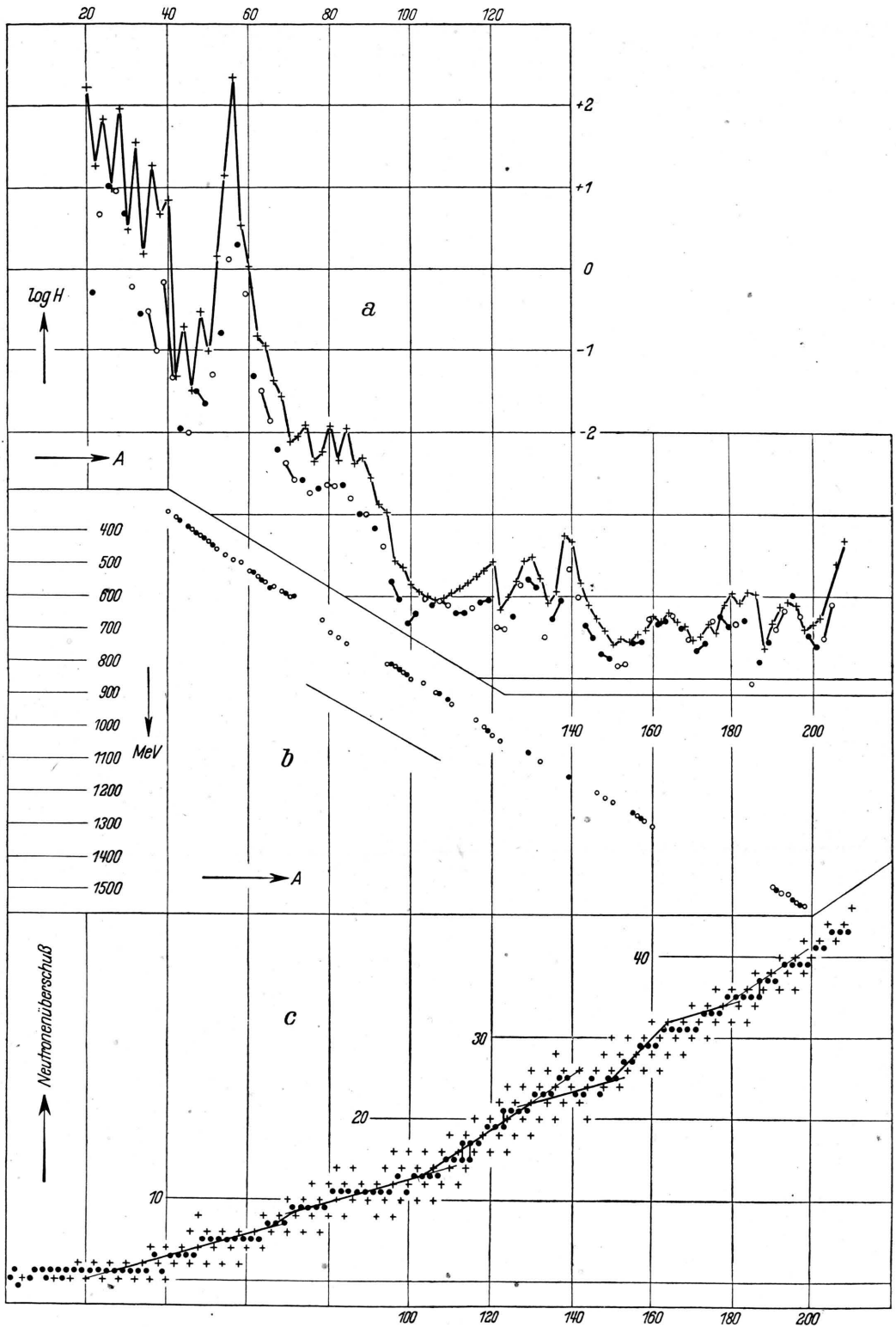


Abb. 8. Teil a) Log. der Summe der Häufigkeiten von Isobaren in Abhängigkeit von der Massenzahl. Die Werte für die geraden Massenzahlen (Kreuze) sind verbunden. Bei den ungeraden Massenzahlen (Kreise) sind nur die zum gleichen Element gehörenden Punkte verbunden. Werte und Normierung wie in Abb. 3—7. Teil b) Bindungsenergien, bezogen auf Protonen und Neutronen nach Mattauch u. Flüge¹² als Funktion der Massenzahl.

Teil c) Neutronenüberschuß der stabilen Kerne. Die durchgehenden Geradestücke kennzeichnen wie in Abb. 7 den ungefähren Verlauf der Sohle des Energietales.

der die Lage der stabilen Kerne mit ungerader Massenzahl in diesem Diagramm bestimmt, ist durch Gerade angedeutet, deren Neigung einem Zuwachs von $\frac{1}{3}$, 2 oder 3 Neutronen pro eingebautem Proton entspricht¹⁴.

Man sieht, daß zwischen dem Verlauf der Bindungsenergie (Teil b) und dem der Häufigkeiten kein prägnanter Zusammenhang besteht. Hingegen besitzen die Häufigkeitskurven (Teil a) gerade bei denjenigen Massenzahlen ausgeprägte Extrema, bei denen sich die den energetisch günstigsten Neutronenüberschuß kennzeichnenden Geraden (Teil c) schneiden. *Wächst der energetisch günstigste Neutronenüberschuß stark mit der Massenzahl ($dN/dZ \approx 2$ oder 3), dann steigt die Häufigkeit mit zunehmender Massenzahl. Wächst der energetisch günstigste Neutronenüberschuß nur schwach ($dN/dZ \approx 1,3$), dann sinkt die Häufigkeit mit zunehmender Massenzahl.* Ausnahmen bilden wieder die Werte für die Massenzahlen des Eisens und seiner Nachbarelemente sowie drei „Sprungstellen“ bei den Massenzahlen 120, 134 und 186; die Kerne der Massen 121 bis 137 und ab 187 sind um rund einen Faktor 4 seltener, als bei einem stetigen Verlauf der Häufigkeitslinie zu erwarten wäre.

Besonders deutlich ist in Abb. 8 auch die Gültigkeit der bekannten Harkinsschen Regel zu sehen¹⁵, deren kernphysikalische Deutung sich in der folgenden Fassung am klarsten erkennen läßt: *Die Summe der kosmischen Häufigkeiten isobarer*

¹⁴ Es erscheint in mehrfacher Hinsicht für unsere Betrachtung bequem, das ursprüngliche Gamowsche Bild von der sich in Windungen dahinziehenden Talsohle dahin abzuändern, daß man sich statt dessen geradlinig verlaufende, sich kreuzende Rinnen vorstellt.

Kerne ist für gerade Massenzahlen stets größer als die der ihnen benachbarten ungeraden Massenzahlen. Es kann noch als Zusatz hinzugefügt werden: *Die Unterschiede in den Häufigkeitssummen nehmen mit zunehmender Massenzahl ab.*

8. Bemerkungen zur Deutung der ermittelten Häufigkeitsverteilung

Nachdem gezeigt wurde, daß sich die Häufigkeitsverteilung der Kerne unter dem leitenden Gesichtspunkt eines eingefrorenen Gleichgewichts in qualitativer Hinsicht systematisch ordnen läßt, wären nunmehr aus dieser im wesentlichen empirischen Ordnung die Bestimmungsstücke des Gleichgewichts, d. h. Temperatur, Nucleonendichte und Protonen-Neutronen-Verhältnis, zu ermitteln. Dieses Problem soll in einer in Kürze erscheinenden Arbeit von Jensen und Suess diskutiert werden.

Vorwegnehmend seien nur zwei Gesichtspunkte hervorgehoben: Die starke Abhängigkeit der Häufigkeit vom Neutronenüberschuß läßt erkennen, daß unsere Materie sich aus einem Zustand gebildet haben muß, in dem die Neutronendichte sehr groß gewesen sein und die der Protonen stark überwogen haben muß. Zum anderen weist das empirische Material darauf hin, daß die vorliegende Häufigkeitsverteilung ein nicht nur in manchen Einzelheiten gestörtes, sondern auch im Gesamtverlauf verzerrtes Bild eines thermodynamischen Gleichgewichtes darstellt; und zwar einerseits, weil wegen des Überwiegens der freien Neutronen primär solche Kerne prädominiert haben, die gegen β -Zerfall instabil sind, andererseits, weil kinetische Einflüsse beim Abkühlungsprozeß Verschiebungen in der Häufigkeitsverteilung bewirkt haben.

Meinem Freunde H. Jensen (Hannover) danke ich herzlich für zahlreiche ausgedehnte, kritische und lehrreiche Diskussionen. Dem Direktor des Instituts, Hrn. Professor P. Hardeck, danke ich gleichfalls für wertvolle Unterredungen.

¹⁵ W. O. Harkins, Chem. Reviews 5, 371 [1928].